

Prof. Dr. Alfred Toth

Bijektion der Abbildungen L und L*

1. In Toth (2025a) wurde gezeigt, daß es eine Bijektion von der Menge der Teilrelationen der possessiv-copossessiven Relation $P = (PP, PC, CP, CC, CC^\circ)$ auf die Menge der Permutationen $\mathfrak{P}(-1, 0, 1)$ gibt:

$$(L^1(-1, 0, 1) \leftarrow PP^{\rightarrow}) \rightarrow (0, 1)$$

$$(L^6(1, 0, -1) \leftarrow PP^{\leftarrow}) \rightarrow (1, 0)$$

$$(L^2(-1, 1, 0) \leftarrow PC^{\rightarrow}) \rightarrow (0, (1))$$

$$(L^4(0, 1, -1) \leftarrow PC^{\leftarrow}) \rightarrow ((0), 1)$$

$$(L^3(0, -1, 1) \leftarrow CP^{\rightarrow}) \rightarrow (1, (0))$$

$$(L^5(1, -1, 0) \leftarrow CP^{\leftarrow}) \rightarrow ((1), 0).$$

2. Entsprechend dem Vorbild der semiotischen 3^3 -Matrizen (vgl. Bense 1975, S. 35 ff.) kann man nun possessiv-copossessive Matrizen, subkategorisiert nach den PP-, PC- und CP-Relationen, bilden (die weiteren Relationen CC und CC° sind bekanntlich aus diesen zusammengesetzt).

2.1. PP-Matrizen

$$(L^1(-1, 0, 1) \leftarrow PP^{\rightarrow}) \rightarrow (0, 1)$$

$$(L^6(1, 0, -1) \leftarrow PP^{\leftarrow}) \rightarrow (1, 0)$$

	-1	0	1
-1	-1.-1	-1.0	-1.1
0	0.-1	0.0	0.1
1	1.-1	1.0	1.1

	1	0	-1
1	1.1	1.0	1.-1
0	0.1	0.0	0.-1
-1	-1.1	-1.0	-1.-1

2.2. PC-Matrizen

$$(L^2(-1, 1, 0) \leftarrow PC^{\rightarrow}) \rightarrow (0, (1))$$

$$(L^4(0, 1, -1) \leftarrow PC^{\leftarrow}) \rightarrow ((0), 1)$$

	-1	1	0
-1	-1.-1	-1.1	-1.0
1	1.-1	1.1	1.0
0	0.-1	0.1	0.0

	0	1	-1
0	0.0	0.1	0.-1
1	1.0	1.1	1.-1
-1	-1.0	-1.1	-1.-1

2.3. CP-Matrizen

$$(L^3(0, -1, 1) \leftarrow CP^{\rightarrow}) \rightarrow (1, (0))$$

$$(L^5(1, -1, 0) \leftarrow CP^{\leftarrow}) \rightarrow ((1), 0)$$

	0	-1	1		1	-1	0
0	0.0	0.-1	0.1	1	1.1	1.-1	1.0
-1	-1.0	-1.-1	-1.1	-1	-1.1	-1.-1	-1.0
1	1.0	1.-1	1.1	0	0.1	0.-1	0.0

Diese L-Subrelationen können in triadisch-trichotomische Repräsentationsklassen (L^*Kl) eingetragen werden

$$L^*Kl^{\rightarrow} = (1.x, 0.y, -1.z) \quad L^*Kl^{\rightarrow-1} = (z.-1, y.0, x.1)$$

$$L^*Kl^{\leftarrow} = (-1.z, 0.y, 1.x) \quad L^*Kl^{\leftarrow-1} = (x.1, y.0, z.-1),$$

sie treten also je vierfach auf (vgl. Toth 2015), d.h. wir haben für jedes L-System ein tetralemmatisches System der Form L^* für die vier logischen Möglichkeiten a, nicht-a, sowohl a als auch b, weder a noch b.

1. PP- L^*Kl -System

$$L^*Kl^{\rightarrow} = (-1.x, 0.y, 1.z) \quad L^*Kl^{\rightarrow-1} = (z.1, y.0, x.-1)$$

$$L^*Kl^{\leftarrow} = (1.z, 0.y, -1.x) \quad L^*Kl^{\leftarrow-1} = (x.-1, y.0, z.1)$$

2. PC- L^*Kl -System

$$L^*Kl^{\rightarrow} = (-1.x, 1.y, 0.z) \quad L^*Kl^{\rightarrow-1} = (z.0, y.1, x.-1)$$

$$L^*Kl^{\leftarrow} = (0.z, 1.y, -1.x) \quad L^*Kl^{\leftarrow-1} = (x.-1, y.1, z.0)$$

3. CP- L^*Kl -System

$$L^*Kl^{\rightarrow} = (0.x, -1.y, 1.z) \quad L^*Kl^{\rightarrow-1} = (z.1, y.-1, x.0)$$

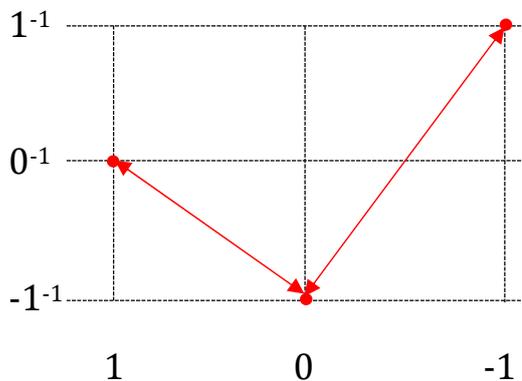
$$L^*Kl^{\leftarrow} = (1.z, -1.y, 1.0) \quad L^*Kl^{\leftarrow-1} = (x.0, y.-1, z.1)$$

Die Gesamtsysteme der jeweils $3^3 = 27$ L^*Kl n werden nach dem Vorbild von Toth (2025b) konstruiert.

Auf diese Weise kann man nun Colinearität nicht nur mittels L- (vgl. Toth 2025b), sondern bedeutend präziser auch durch L^* -Relationen formalisieren. Zur Illustration diene das bereits in Toth (2025a) mittels L-Relationen formalisierte Beispiel:

$$C = (CP, PC) =$$

$$c: L^3(0^{-1}, -1^{-1}, 1^{-1}) \rightarrow L^2(-1, 1, 0)$$



Ein ontisches Modell ist



Rue Geoffroy l'Asnier, Paris.

Genauer erhalten wir nun mittels L^* :

$$c: L^3(0^{-1}, -1^{-1}, 1^{-1}) \rightarrow L^2(-1, 1, 0)$$

$$\left(\begin{array}{ll} L^*Kl^{\rightarrow} = (0.x, -1.y, 1.z) & L^*Kl^{\rightarrow^{-1}} = (z.1, y.-1, x.0) \\ L^*Kl^{\leftarrow} = (1.z, -1.y, 1.0) & L^*Kl^{\leftarrow^{-1}} = (x.0, y.-1, z.1) \end{array} \right)$$



$$\left(\begin{array}{ll} L^*Kl^{\rightarrow} = (-1.x, 1.y, 0.z) & L^*Kl^{\rightarrow^{-1}} = (z.0, y.1, x.-1) \\ L^*Kl^{\leftarrow} = (0.z, 1.y, -1.x) & L^*Kl^{\leftarrow^{-1}} = (x.-1, y.1, z.0) \end{array} \right),$$

d.h. es gibt theoretisch $(27 \times 26)/2 = 351$ Abbildungen (und damit Funktionsgraphen), mittels denen eine einfache colineare Ordnung der Form $C = (CP, PC)$, wie sie im obigen ontischen Modell vorliegt, strukturell mittels

possessiv-copossessiver Zahlen differenziert werden kann. Eine Modelltheorie, die angibt, wie man diese sehr große Menge von „Feinbezügen“ anwenden kann, steht noch aus. In der bisherigen Ontik wurden solche Differenzierungen im Anschluß an Benses Skizze einer Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) vorgenommen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Zur Operationalisierung der Theorie der Colinearität auf der Basis der possessiv-copossessiven Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Strukturtheorie possessiv-copossessiver Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

24.2.2025